

整数与数列 (上)

【大海传功】



据数学史书记载，高斯所解的并不止1加到100那么简单，而是 $81297+81495+\dots+100899$ 的一个数列

等差数列

(1)通项公式：末项=首项+(项数-1)×公差

项数公式：项数=(末项-首项)÷公差+1

(2)求和公式：和=(首项+末项)×项数÷2

(3)中项定理：一个等差数列若有奇数项，则必有一个中间项
这个中间项就是这串数的平均数；
和=中间项×项数

(4)常见结论： $1+3+5+\dots+(2n-1)=n^2$

$$1+2+3+\dots+n+\dots+3+2+1=n^2$$



(1) $3+4+5+6+\dots+76+77+78$ 的和是(3078)

(2)1、3、5、7...97、99中一共有(50)项

(3)4、7、10、13、16、19...这个数列中的第25项是(76)

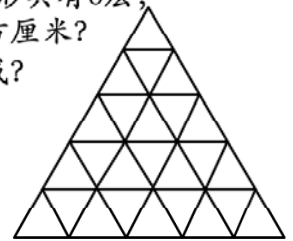
(4)15个连续奇数的和是1995，其中最大的奇数是(147)

(5)24个连续偶数的和是1992，其中最大的一个偶数是(106)

【例1】(1)(★★)

右图中，每个最小的等边三角形的面积是12平方厘米，边长是1根火柴棍。如果最大的三角形共有8层，问：①最大三角形的面积是多少平方厘米？

②整个图形由多少根火柴棍摆成？



① 768(平方厘米)

② 108(根)

【例1】(2)(★★)

有一列数：1, 2, 4, 7, 11, 16, 22, 29, 37,
问这列数第101个数是多少？

5051

【例2】(★★★)

下面的这个题，你有什么好办法呢？

计算： $(1+3+5+\cdots+1997+1999)-(2+4+6+\cdots+1996+1998)$

1000

【例3】(★★★)计算：

$1+3+4+6+7+9+10+12+13+\cdots+66+67+69+70$

1680

【例4】(★★★★)计算： $2004\times 2003-2003\times 2002+2002\times$

$2001-2001\times 2000+\cdots+2\times 1=$ ___。

2008008

【例5】(1)(★★★★)在1~100这一百个自然数中，所有能被3整除的数的和是多少？

1683

【例5】(2)(★★★★)在1~100这一百个自然数中，所有不能被9整除的数的和是多少？

4456

【例5】(3)(★★★★)在1~200这二百个自然数中，所有能被4整除或能被11整除的数的和是多少？

6541

【例6】(★★★★)

47个互不相同的非零自然数之和为2000，问最少有多少个偶数？

最少有3个偶数